



تولیدات دامی

دوره ۲۰ ■ شماره ۳ ■ پاییز ۱۳۹۷
صفحه‌های ۳۶۳-۳۵۱

ارزیابی مقایسه ای برخی توابع ریاضی در توصیف منحنی شیردهی گاوهای شیری ایران

مریم آربین فر^۱، محمد رکوعی^۲، غلامرضا داشاب^۳، هادی فرجی آروق^۴

۱. دانشجوی دکتری، گروه علوم دامی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه زابل، زابل، ایران
۲. دانشیار، گروه علوم دامی و بیوانفورماتیک، دانشکده کشاورزی، دانشگاه زابل، زابل، ایران
۳. استادیار، گروه علوم دامی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه زابل، زابل، ایران
۴. استادیار، پژوهشکده دام‌های خاص، دانشگاه زابل، زابل، ایران

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۷/۰۳

تاریخ وصول مقاله: ۱۳۹۷/۰۴/۲۵

چکیده

هدف از این تحقیق، مقایسه برخی توابع غیرخطی (وود، دهانوا، ویلمینک، علی-شفر، کاپیوبورلینو، کوبی-لیدو، دایجکسترا، روک، گوس و نلدر) برای توصیف منحنی تولید شیر سه دوره شیردهی گاوهای هلشتاین ایران بود. به ترتیب از ۶۰۷۹۹۷۶، ۴۸۷۹۴۸۶ و ۳۳۱۲۴۱۶ رکورد روزآزمون شیر ۳۵۵۰ گله مربوط به سه دوره شیردهی اول، دوم و سوم که بین سال‌های ۱۳۶۲ تا ۱۳۹۶ توسط مرکز اصلاح نژاد دام کشور جمع‌آوری شده بود، استفاده گردید. میانگین رکوردهای روزآزمون برای این سه دوره به ترتیب ۳۱/۱۷، ۳۴/۰۸ و ۳۳/۸۳ کیلوگرم بود. جهت برازش توابع غیرخطی از بسته نرم‌افزاری nlme نرم‌افزار R (نسخه ۳.۴.۳) استفاده شد. توابع غیرخطی توسط چهار معیار نکویی برازش شامل معیار اطلاعات آکائیک (AIC)، معیار اطلاعات بیزی (BIC)، جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) و شاخص دوربین-واتسون (DW) با هم مقایسه شدند. تابع روک نسبت به سایر توابع برازش بهتری از شکل منحنی استاندارد تولید شیر سه دوره اول شیردهی گاوهای هلشتاین ایران نشان داد. توابع گوس و روک بالاترین دقت را در پیش‌بینی زمان رسیدن به اوج تولید، میزان تولید شیر در اوج و تداوم تولید شیر در دوره‌های مختلف شیردهی نشان دادند اما در کل، تابع روک قدرت پیش‌بینی بالایی در برآورد توصیف‌کننده‌های منحنی تولید شیر داشت. بنابراین بهتر است جهت برازش منحنی تولید شیر گاوهای هلشتاین ایران از این تابع استفاده شود.

کلید واژه‌ها: توابع ریاضی، تولید شیر، رکورد روز آزمون، هلشتاین ایران.

مقدمه

منحنی شیردهی بیان نموداری تغییرات تولید شیر در واحد زمان است [۴]. توصیف شیردهی در پستانداران با استفاده از منحنی شیردهی با هدف فراهم کردن یک الگوی منظم و خلاصه از تولید شیر، اطلاعات با ارزشی درباره بازده بیولوژیکی و اقتصادی حیوانات یا گله تحت مطالعه را ارائه می‌دهد [۱۱]. هدف از بررسی منحنی شیردهی پیش‌بینی میزان تولید در هر روز، هفته یا ماه شیردهی با حداقل اشتباه در حضور سازه‌های محیطی است [۳]. منحنی شیردهی به دلیل توصیف مناسب تولید حیوان در طی دوره شیردهی، برآورد ویژگی‌هایی مانند میزان تولید شیر در اوج، زمان رسیدن به اوج تولید، تولید شیر در کل دوره شیردهی و تداوم تولید شیر و روزهای شیردهی را ممکن می‌سازد [۱۶]. در اصلاح نژاد گاوهای شیری (از دیدگاه کمی و مولکولی)، توجه به خصوصیات مختلف مانند هنجار و ناهنجار بودن منحنی شیردهی، تولید شیر در اوج و تداوم شیردهی به دلیل نقش منحنی تولید شیر در کل تولید از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۳].

مدل‌های ریاضی که تولید شیر در واحد زمان را توصیف می‌کنند، می‌توانند در برنامه‌های اصلاح نژادی، مدیریت تغذیه‌ای گله و اتخاذ تصمیمات در خصوص حذف حیوانات و سیستم‌های تولید شیر بسیار مفید واقع شوند [۱۳]. تاکنون مدل‌های ریاضی (خطی و غیرخطی) متعددی برای توصیف منحنی شیردهی گاوهای شیری توسعه یافته است. این مدل‌ها شامل مدل‌های تجربی ساده تا مدل‌های مکانیستیک که منحنی شیردهی را بر اساس بیولوژی تولید شیر توصیف می‌نمایند، هستند [۱۴]. با توجه به اینکه انتخاب تابع ریاضی مناسب برای توصیف آثار ثابت و تصادفی عنصر کلیدی در مدل‌های رگرسیون تصادفی محسوب می‌شود، بنابراین، با انتخاب مناسب این توابع برای برآورد فراسنجه‌های ژنتیکی صفات تولیدی از

جمله تولید شیر، می‌توان ارزیابی دقیق‌تری داشت [۲۲]. سودمندی هر مدل ریاضی بستگی به این دارد که تا چه اندازه فرآیند بیولوژیکی تولید شیر را به خوبی نمایش داده و برای سازه‌های مؤثر بر آن تصحیح انجام دهد [۱۸]. در یک پژوهش که از بیست تابع محاسباتی برای توصیف منحنی شیردهی گاوهای هلشتاین در مناطق نیمه‌گرمسیری استفاده گردید، گزارش کردند که تابع وود نسبت به سایر توابع با داده‌های تولید شیر تطابق بهتری داشت [۱۹]. در مطالعه‌ای دیگری روی رکوردهای روزآزمون گاو نژاد سیمنتال، از توابع گامای ناقص وود (Wood)، ویلمینک (Wilmlink)، علی-شفر (Ali and Schaeffer) و تابع چندجمله‌ای لژاندر (Legendre Function) برای برازش منحنی شیردهی استفاده شد. نکویی برازش برای همه مدل‌ها نسبتاً بالا بوده و با افزایش تعداد ویژگی‌های تابع، این معیار افزایش می‌یافت. همبستگی‌های بین فراسنجه‌های تابع علی-شفر خیلی بزرگ برآورد شدند که این یکی از محدودیت‌های به خوبی شناخته شده مدل علی-شفر معرفی شد که می‌تواند مانع فرآیند برآورد، به خصوص در تجزیه و تحلیل ژنتیکی باشد [۱۷]. در بررسی منحنی شیردهی گاوهای شیری مزرعه‌ای در مرکز مکزیک، پنج تابع گینس (Gaines)، وود، روک (Rook)، دایجکسترا (Dijkstra) و پولوت (Pollott) برای تعیین توانمندی توابع در توصیف منحنی شیردهی جمعیت فوق مورد برازش قرار گرفت و در نهایت تابع مکانیستیک دایجکسترا (شامل دو فرآیند تکثیر و مرگ سلولی) به عنوان بهترین تابع برآوردکننده فراسنجه‌های منحنی شیردهی که تفسیر بیولوژیکی داشتند، معرفی شد در حالی که تابع مکانیستیک پولوت (شامل سه فرآیند تکثیر، مرگ سلولی و نرخ ترشح شیر هر سلول) سبب برآورد بیش از حد فراسنجه‌ها شد [۲۴]. هدف از این مطالعه، مقایسه و ارزیابی برخی توابع غیرخطی

تولیات دامی

شیردهی در نظر گرفته شد. در نهایت حیواناتی که حداقل تعداد پنج رکورد روزآزمون متوالی و بیش از ۲۰۰ روز شیردهی داشتند، برای محاسبات منظور شدند [۱۱]. میانگین و انحراف معیار رکوردهای روزآزمون تولید شیر سه دوره شیردهی اول گاوهای هلشتاین در جدول ۱ آورده شده است. مراحل شیردهی بر اساس فاصله رکوردبرداری از زایش بین پنج تا ۳۰۵ روز به ۱۰ مرحله تقسیم شد.

در این تحقیق از ۱۰ تابع غیرخطی برای توصیف منحنی شیردهی در سه شکم اول زایش استفاده گردید. توابع غیرخطی استفاده شده برای برازش منحنی‌های تولید شیر در سه دوره اول، دوم و سوم شیردهی و فرم ریاضی آن‌ها در جدول ۲ آورده شده است. جهت برازش توابع غیرخطی از بسته نرم‌افزاری nlme نرم‌افزار R (نسخه ۳.۴.۳) استفاده شد. تفاوت پارامترهای توابع برازش شده بین شکم‌های مختلف توسط آزمون آماری تی استیودنت در سطح احتمال پنج درصد مورد مقایسه قرار گرفت.

توصیف‌کننده منحنی تولید شیر در سه دوره زایش اول گاوهای هلشتاین ایران و تعیین بهترین مدل جهت توصیف منحنی‌های تولید شیر دوره‌های شیردهی مختلف بود تا با استفاده از تابع مناسب بتوان برازش دقیق‌تری از فراسنجه‌های توصیف‌کننده منحنی شیردهی به دست آورد.

مواد و روش‌ها

در این تحقیق، به ترتیب از تعداد ۶۰۷۹۹۷۶، ۴۸۷۹۴۸۶ و ۳۳۱۲۴۱۶ رکورد روزآزمون تولید شیر مربوط به سه دوره زایش اول، دوم و سوم متعلق به ۶۸۹۷۱۳، ۵۵۳۳۴۶ و ۳۷۷۲۷۰ رأس گاو هلشتاین از ۳۵۵۰ گله که طی سال‌های ۱۳۶۲ تا ۱۳۹۶ توسط مرکز اصلاح نژاد دام کشور جمع‌آوری شده بود، استفاده گردید. حداقل و حداکثر روزهای شیردهی بین پنج تا ۳۰۵ روز در نظر گرفته شد. میزان تولید شیر کمتر از سه و بیشتر از ۸۵ کیلوگرم از فایل داده‌ها حذف گردید. فاصله سنی بین ۱۸ تا ۳۰، ۳۰ تا ۵۰ و ۴۰ تا ۷۰ به ترتیب برای سه دوره اول

جدول ۱. میانگین و انحراف معیار رکوردهای روزآزمون تولید شیر سه دوره شیردهی اول گاوهای هلشتاین ایران

ماه شیردهی	دوره اول		دوره دوم		دوره سوم	
	میانگین (کیلوگرم)	انحراف معیار (کیلوگرم)	میانگین (کیلوگرم)	انحراف معیار (کیلوگرم)	میانگین (کیلوگرم)	انحراف معیار (کیلوگرم)
۱	۲۹/۰۲	۷/۵۵	۳۷/۵۱	۱۰/۱۱	۳۸/۶۹	۱۰/۷۴
۲	۳۳/۰۵	۷/۸۷	۴۰/۵۶	۱۰/۱۸	۴۲/۰۹	۱۱/۵۲
۳	۳۳/۴۳	۸/۰۷	۳۹/۱۳	۱۰/۶۰	۴۰/۵۳	۱۱/۳۹
۴	۳۳/۰۸	۸/۱۹	۳۸/۳۷	۱۰/۴۰	۳۸/۴۶	۱۱/۱۱
۵	۳۲/۵۲	۸/۳۱	۳۵/۵۸	۱۰/۱۹	۳۶/۳۲	۱۰/۸۳
۶	۳۱/۸۱	۸/۳۹	۳۳/۶۹	۱۰/۰۰	۳۴/۰۶	۱۰/۵۷
۷	۳۱/۱۴	۸/۴۴	۳۲/۰۱	۹/۸۹	۳۲/۱۱	۱۰/۴۰
۸	۳۰/۳۱	۸/۵۰	۳۰/۱۱	۹/۸۳	۲۹/۹۰	۱۰/۳۲
۹	۲۹/۲۰	۸/۴۳	۲۷/۹۶	۹/۵۷	۲۷/۵۴	۹/۹۵
۱۰	۲۸/۰۶	۸/۳۸	۲۵/۹۱	۹/۲۶	۲۵/۳۳	۹/۵۷

تولیدات دامی

جدول ۲. توابع و معادلات استفاده شده برای توصیف منحنی تولید شیر گاوهای هلستاین در ایران

معادله	منبع	تابع
$y^{-1} = a + bt^{-1} + ct$	۱۹	نلدر
$y = a + bt^{0.5} + c \ln(t)$	۱۵	گوس
$y = at^{be^{-ct}}$	۱۱ و ۱۹	وود
$y = at^{bc}e^{-ct}$	۱۹	دهانوا
$y = a + bt + ce^{-0.05t}$	۱۱	ویلمینک
$y = a + b\left(\frac{t}{305}\right) + c\left(\frac{t}{305}\right)^2 + d \log\left(\frac{305}{t}\right) + f[\log\left(\frac{305}{t}\right)]^2$	۱۱	علی - شفر
$y = a - bt - ae^{-ct}$	۱۹	کوبی - لیدو
$y = a t^{be(-ct)}$	۶	کاپیو بورلینو
$y = ae^{\frac{b(1-e^{-ct})}{c-dt}}$	۱۳	دایجکسترا
$y = a \left\{ \frac{1}{1 + \frac{b}{c+t}} \right\} e^{-dt}$	۲۰	روک

(۱) y : تولید شیر (کیلوگرم در روز); t : روز شیردهی (روز); a, b, c, d, e, f : فراسنجه‌هایی که مقیاس و شکل منحنی شیردهی را تعریف می‌کنند و e : عدد نپر ۲/۷۱۸.

مورد سنجش قرار داد. جذر میانگین مربعات خطا از تقسیم مجموع مربعات خطا بر درجه آزادی بر اساس رابطه ۳ محاسبه شد:

$$RMSE = \sqrt{SSE/(n-p)} \quad (۳)$$

در رابطه ۳، SSE ؛ مجموع مربعات باقیمانده؛ n تعداد کل مشاهدات و p تعداد فراسنجه‌های مدل می‌باشد. مدل با کمترین میزان $RMSE$ به‌عنوان مدل بهتر می‌باشد [۱۳].

شاخص دوربین- واتسون (DW) طبق رابطه ۴ محاسبه گردید:

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (۴)$$

در رابطه ۴، e_i و e_{i-1} به ترتیب مقدار باقیمانده در زمان t و $t-1$ می‌باشند. این آماره وجود خودهمبستگی بین باقیمانده‌های مدل برازش شده را تعیین می‌کند. درحقیقت، وجود خودهمبستگی بین باقیمانده‌ها بیان می‌کند که تابع ممکن است برای داده‌ها نامناسب باشد. دامنه آن از صفر تا چهار است. اگر مقدار آماره مذکور کوچک‌تر از دو باشد نشان‌دهنده وجود خودهمبستگی مثبت بین باقیمانده‌ها خواهد بود [۱۳].

بعد از انتخاب مناسب‌ترین تابع، فراسنجه‌های تابع

چهار معیار اطلاعات بیزی (BIC)، معیار اطلاعات آکائیک (AIC)، جذر میانگین مربعات خطا ($RMSE$) و شاخص دوربین- واتسون (DW) برازش نکویی زیر برای مقایسه توابع برازش شده استفاده گردید.

معیار BIC مقیاسی برای انتخاب مدل است و مدلی با کمترین میزان BIC به‌عنوان بهترین مدل شناخته می‌شود [۵]. این معیار به کمک رابطه ۱ برآورد شد.

$$BIC = n \ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + p \ln(n) \quad (۱)$$

آماره AIC برای تصحیح خطای مدل‌های برازش شده بر اساس تعداد فراسنجه‌های هر یک از آنها AIC استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، این آماره برای مقایسه مدل‌های با تعداد فراسنجه‌های متفاوت کاربرد دارد. مقدار کمتر آماره آکائیک نشانگر بهتر بودن مدل است. این ضریب به صورت رابطه ۲ تعریف می‌شود:

$$AIC = n \ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + 2p \quad (۲)$$

در رابطه‌های ۱ و ۲، SSE ، مجموع مربعات باقیمانده؛ n تعداد مشاهدات و p ، تعداد فراسنجه‌های هر تابع است [۵].

با استفاده از تجزیه باقیمانده‌ها، اعتبار مدل را می‌توان

تولیدات دامی

شیردهی مختلف گزارش شده است که با نتایج این تحقیق مطابقت دارد. تفاوت روند مذکور برای فراسنجه فوق در مطالعات دیگری نیز روی منحنی شیردهی گاومیش‌های ایران [۱۳] و گاوهای دورگ Gir گزارش شد که میزان فراسنجه a برآورد شده با استفاده از تابع وود به تدریج از شیردهی اول (۹/۳۸) تا پنجم (۱۴/۳۳) این گاوها افزایش یافت [۵]. طبق نتایج به دست آمده توابع گوس و روک به ترتیب پایین‌ترین و بالاترین میزان تولید اولیه شیر را برآورد کردند که مطابق گزارش [۱۳] بود که بیشترین میزان محاسبه شده برای فراسنجه فوق (۲۲/۳۶) در دوره اول و ۲۷/۸۷ در دوره سوم شیردهی) مربوط به تابع روک بود. البته باید در نظر داشت که فراسنجه a در توابع علی-شفر و نلدر مرتبط با اوج تولید هستند [۴]. پارامترهای توابع که با استفاده از اطلاعات تولیدی مورد دسترس برآورد می‌شود می‌تواند برای پیش‌بینی مقادیر گم‌شده و در نتیجه پیش‌بینی تولید کامل به دوره شیردهی (۳۰۵ روز) استفاده شود [۸]. در تحقیق بر روی تولید شیر شکم اول گاوهای هلشتاین با استفاده از تابع ویلمینک، پارامترهای a، b و c به ترتیب ۳۱/۶۷، ۰/۳۲، ۱۵/۸۸- منفی گزارش شد که نسبت به نتایج تحقیق حاضر متفاوت می‌باشد [۱۲].

مقادیر معیارهای برازش نکویی برای توابع توصیف‌کننده منحنی‌های تولید شیر در سه دوره شیردهی اول، دوم و سوم گاوهای هلشتاین ایران، در جدول ۴ آورده شده است. بر اساس معیارهای جدول ۴، کمترین مقدار فراسنجه‌های نکویی برازش به ترتیب مربوط به توابع روک، علی-شفر و گوس و بالاترین میزان معیارهای فوق مربوط به تابع دایجکسترا بود. از بین توابع روک، علی-شفر و گوس، تابع روک نسبت به دو تابع دیگر توصیف بهتری از منحنی تولید شیر در سه دوره زایش داشت. برازش تابع دایجکسترا از نظر زمان برازش

مورد نظر محاسبه شده و از روی فراسنجه‌ها، تداوم شیردهی و سایر خصوصیات توصیف‌کننده منحنی تولید شیر برای توابع مختلف در سه شکم زایش برآورد شد. برای محاسبه تداوم شیردهی از نسبت بین تولید شیر در روزهای مختلف شیردهی استفاده شد. تداوم شیردهی به عنوان تولید شیر برآورد شده در ۱۸۰ روز بعد از رسیدن به اوج تولید تقسیم بر تولید شیر برآورد شده در اوج شیردهی تعریف شده است [۲۵]. در این تحقیق به ترتیب برای محاسبه تداوم شیردهی (P_{weller}) دوره زایش اول و دوره‌های زایش بالاتر از روابط ۵ و ۶ استفاده گردید:

$$P_{weller} = 100 * PROD(270) / PROD(90) \quad (5)$$

$$P_{weller} = 100 * PROD(225) / PROD(45) \quad (6)$$

در رابطه‌های ۵ و ۶، $PROD(90)$ ، $PROD(45)$ و $PROD(270)$ به ترتیب تولید شیر در روزهای ۴۵، ۹۰، ۲۲۵ و ۲۷۰ است [۲۵].

نتایج و بحث

جدول ۳، مقادیر فراسنجه‌های مربوط به توابع غیرخطی استفاده شده جهت توصیف منحنی تولید شیر گاوهای هلشتاین در دوره‌های مختلف شیردهی به همراه خطای معیار آن‌ها را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار فراسنجه a که در بیشتر توابع به عنوان سطح تولید اولیه برآورده شده است با افزایش دوره زایش روند افزایشی نشان می‌دهد و دوره زایش سوم در بیشتر موارد بالاترین مقدار این پارامتر را دارد. تفاوت بین مقدار a برآورد شده بین دوره‌های مختلف شیردهی در آزمون تی استیودنت معنی‌داری مشاهده شد ($P < 0/05$). سایر فراسنجه‌های توابع غیرخطی برازش شده نیز بین دوره‌های شیردهی دارای تفاوت معنی‌دار بود ($P < 0/05$). در تحقیق بر روی گاوهای دورگ‌گیر [۵] تفاوت معنی‌داری فراسنجه‌های توابع مورد بررسی بین دوره‌های

تولیدات دایمی

نسبت به توابع دیگر، نیاز به زمان بیشتری داشت و هم با زایش برازش نشده و به عنوان تابع نامناسب در بین ۱۰ توجه به معیارهای برازش به خوبی بر روی سه دوره تابع شناخته شد.

جدول ۳. مقادیر برآورد شده فراسنجه‌های توابع (انحراف خطا) توصیف کننده منحنی تولید شیر دوره‌های مختلف شیردهی گاوهای هلشتاین

تابع	فراسنجه ^۱	دوره شیردهی اول	دوره شیردهی دوم	دوره شیردهی سوم
وود	a	۱۸/۳۸۹ (۰/۰۲۲۴) ^γ	۲۵/۲۹۱ (۰/۰۳۳۷) ^α	۲۵/۰۵۸ (۰/۰۴۲۱) ^β
	b	۰/۱۷۲ (۰/۰۰۰۳) ^β	۰/۱۵۷ (۰/۰۰۰۴) ^γ	۰/۱۷۴ (۰/۰۰۰۵) ^α
	c	۰/۰۰۲ (۰/۰۰۰۰۳) ^β	۰/۰۰۳ (۰/۰۰۰۰۴) ^α	۰/۰۰۳ (۰/۰۰۰۰۵) ^α
دهانوا	a	۱۸/۳۸۹ (۰/۰۲۲۴) ^γ	۲۵/۲۹۱ (۰/۰۳۳۷) ^α	۲۵/۰۵۸ (۰/۰۴۲۱) ^β
	b	۸۸/۲۱۱ (۰/۰۷۱۱) ^α	۵۱/۲۹۱ (۰/۰۷۰۱) ^β	۵۰/۳۴۶ (۰/۰۷۸۷) ^γ
	c	۰/۰۰۲ (۰/۰۰۰۰۳) ^β	۰/۰۰۳ (۰/۰۰۰۰۴) ^α	۰/۰۰۳ (۰/۰۰۰۰۵) ^α
ویلمینک	a	۳۶/۱۰۹ (۰/۰۰۹۱) ^γ	۴۵/۲۶۸ (۰/۰۱۲۴) ^β	۴۷/۴۳۵ (۰/۰۱۵۹) ^α
	b	-۰/۰۲۷ (۰/۰۰۰۰۵) ^α	-۰/۰۶۹ (۰/۰۰۰۰۷) ^β	-۰/۰۷۹ (۰/۰۰۰۰۹) ^γ
	c	-۱۶/۳۱۰ (۰/۰۳۱۱) ^α	-۱۶/۳۳۸ (۰/۰۴۲۰) ^α	-۱۸/۱۴۹ (۰/۰۵۳۹) ^β
علی - شفر	a	۴۹/۱۸۸ (۰/۳۱۷۴) ^β	۴۸/۹۱۴ (۰/۴۳۱۱) ^β	۶۲/۰۲۷ (۰/۵۵۴۳) ^α
	b	-۲۶/۹۱۲ (۰/۵۱۱۳) ^α	-۲۹/۷۸۳ (۰/۶۹۵۷) ^β	-۵۱/۰۵۶ (۰/۸۹۴۹) ^γ
	c	۵/۱۷۳ (۰/۰۲۰۶۸) ^β	۵/۴۷۵ (۰/۲۸۲۴) ^β	۱۳/۰۰۹ (۰/۳۶۳۶) ^α
	d	-۶/۹۲۱ (۰/۱۸۱۹) ^γ	-۰/۱۲۸ (۰/۲۶۴۸) ^α	-۶/۱۱۸ (۰/۳۱۷۳) ^β
	e	۰/۱۵۳ (۰/۰۲۷۶) ^α	-۱/۰۸۵ (۰/۰۳۷۴) ^γ	-۰/۳۱۳ (۰/۰۴۸۱) ^β
	f	۱۷/۳۹۸ (۰/۰۲۱۴) ^β	۱۶/۶۹۸ (۰/۰۲۲۸) ^γ	۱۸/۷۷۹ (۰/۰۲۷۴) ^α
کاپیو بورلینو	a	۰/۱۸۷ (۰/۰۰۰۳) ^γ	۰/۲۴۳ (۰/۰۰۰۳) ^β	۰/۲۷۳ (۰/۰۰۰۴) ^α
	b	۰/۰۰۳ (۰/۰۰۰۰۳) ^β	۰/۰۰۵ (۰/۰۰۰۰۷) ^α	۰/۰۰۵ (۰/۰۰۰۰۸) ^α
	c	۳۴/۶۹۹ (۰/۰۰۸۱) ^γ	۳۸/۶۷۲ (۰/۰۱۰۷) ^β	۴۵/۷۰۸ (۰/۰۱۳۸) ^α
کوبی - لیدو	a	۰/۰۲۰ (۰/۰۰۰۰۵) ^γ	۰/۰۶۱ (۰/۰۰۰۰۶) ^β	۰/۰۷۱ (۰/۰۰۰۰۸) ^α
	b	۰/۱۳۳ (۰/۰۰۰۰۲) ^γ	۰/۱۶۴ (۰/۰۰۰۰۳) ^β	۰/۱۵۵ (۰/۰۰۰۰۳) ^α
	c	۳۲/۳۰۷ (۰/۰۰۶۷) ^γ	۳۸/۱۹۶ (۰/۰۰۸۲) ^β	۳۹/۵۸۸ (۰/۰۱۱۰) ^α
دایجکسترا	a	۰/۰۰۱ (۰/۰۰۰۰۳) ^β	۰/۰۰۰۷ (۰/۰۰۰۰۴) ^α	۰/۰۰۱ (۰/۰۰۰۰۶) ^β
	b	-۰/۰۲۲ (۰/۰۰۰۰۹) ^β	-۰/۰۲۰ (۰/۰۰۰۰۲) ^α	-۰/۰۲۰ (۰/۰۰۰۰۳) ^α
	c	-۰/۰۰۲ (۰/۰۰۰۰۰۸) ^α	-۰/۰۰۲ (۰/۰۰۰۰۰۲) ^α	-۰/۰۰۲ (۰/۰۰۰۰۰۲) ^α
	d	۴۱/۵۶۰ (۰/۰۴۴۰) ^γ	۵۱/۵۷۵ (۰/۰۵۳۵) ^β	۵۶/۱۹۷ (۰/۰۸۳۹) ^α
روک	a	۱۰/۸۴۶ (۰/۰۸۷۹) ^α	۷/۴۰۶ (۰/۰۶۹۵) ^γ	۹/۶۸۹ (۰/۱۱۰۳) ^β
	b	۹/۲۵۳ (۰/۱۱۶۰) ^α	۶/۰۶۳ (۰/۱۰۸۸) ^γ	۷/۸۷۹ (۰/۱۴۵۲) ^β
	c	۰/۰۰۱ (۰/۰۰۰۰۳) ^γ	۰/۰۰۲ (۰/۰۰۰۰۴) ^β	۰/۰۰۳ (۰/۰۰۰۰۵) ^α
	d	۱۱/۱۴۲ (۰/۰۴۰۱) ^γ	۱۷/۷۷۱ (۰/۰۵۴۲) ^α	۱۶/۸۲۶ (۰/۰۶۹۷) ^β
گوس	a	-۲/۱۹۲ (۰/۰۰۳۶) ^α	-۳/۷۰۲ (۰/۰۰۴۹) ^β	-۴/۱۹۹ (۰/۰۰۰۶) ^γ
	b	۹/۵۶۸ (۰/۰۱۶۷) ^γ	۱۲/۴۷۹ (۰/۰۲۲۷) ^β	۱۴/۰۰۴ (۰/۰۲۹۲) ^α
	c	۰/۱۲۴ (۰/۰۰۰۰۳) ^α	۰/۰۹۲ (۰/۰۰۰۰۳) ^γ	۰/۱۰۰ (۰/۰۰۰۰۳) ^β
نلدر	a	۰/۰۲۶ (۰/۰۰۰۰۱) ^α	۰/۰۲۰ (۰/۰۰۰۰۱) ^β	۰/۰۱۸ (۰/۰۰۰۰۱) ^γ
	b	۰/۰۰۰۰۳ (۰/۰۰۰۰۰۶) ^γ	۰/۰۰۰۰۶ (۰/۰۰۰۰۰۷) ^β	۰/۰۰۰۰۷ (۰/۰۰۰۰۰۰۸) ^α
	c			

۱) a, b, c, d و f: فراسنجه‌های توصیف کننده شکل و مقیاس منحنی شیردهی. واحد فراسنجه‌ها به کیلوگرم می‌باشد. α - γ : در هر ردیف، میانگین‌های فراسنجه‌هایی با حروف لاتین متفاوت معنی دار است ($P < 0.05$).

تولیدات دامی

جدول ۴. معیارهای مقایسه نکویی برازش توابع توصیف کننده منحنی تولید شیر دوره‌های مختلف شیردهی

تابع	معیار	دوره شیردهی اول	دوره شیردهی دوم	دوره سوم
وود	AIC	۴۲۸۰۵۹۹۶	۳۶۳۴۳۰۵۲	۲۵۰۵۳۴۷۰
	BIC	۴۲۸۰۶۰۵۰	۳۶۳۴۳۱۰۶	۲۵۰۵۳۵۲۲
	RMSE	۸/۱۷۷	۱۰/۰۲۵	۱۰/۶۲۱
	DW	۰/۵۷۲	۰/۵۴۰	۰/۵۴۴
دهانوا	AIC	۴۲۸۰۵۹۹۶	۳۶۳۴۳۰۵۲	۲۵۰۵۳۴۷۰
	BIC	۴۲۸۰۶۰۵۰	۳۶۳۴۳۱۰۶	۲۵۰۵۳۵۲۲
	RMSE	۸/۱۷۷	۱۰/۰۲۵	۱۰/۶۲۱
	DW	۰/۵۷۲	۰/۵۴۰	۰/۵۴۴
ویلمینک	AIC	۴۲۸۰۶۸۲۹	۳۶۳۴۳۰۶	۲۵۰۵۲۲۰۶
	BIC	۴۲۸۰۶۸۸۴	۳۶۳۴۳۰۵۹	۲۵۰۵۲۲۵۹
	RMSE	۸/۱۷۷	۱۰/۰۲۳	۱۰/۶۱۹
	DW	۰/۵۷۲	۰/۵۳۹	۰/۵۴۴
علی - شفر	AIC	۴۲۸۰۳۴۳۳	۳۶۳۳۹۲۲۸	۲۵۰۵۱۹۶۲
	BIC	۴۲۸۰۳۵۱۵	۳۶۳۳۹۳۰۸	۲۵۰۵۲۰۴۰
	RMSE	۸/۱۷۵	۱۰/۰۲۲	۱۰/۶۱۸
	DW	۰/۵۷۱	۰/۵۳۸	۰/۵۴۴
کاپیو بورلینو	AIC	۴۲۸۰۳۹۳۴	۳۶۳۵۳۹۵۲	۲۵۰۶۴۴۸۲
	BIC	۴۲۸۰۳۹۸۹	۳۶۳۵۴۰۰۶	۲۵۰۶۴۵۳۴
	RMSE	۸/۱۷۵	۱۰/۰۳۷	۱۰/۶۳۸
	DW	۰/۵۷۱	۰/۵۴۴	۰/۵۵۱
کوبی - لیدو	AIC	۴۲۸۸۵۱۴۰	۳۶۳۷۰۰۸۷	۲۵۰۷۶۵۵۱
	BIC	۴۲۸۸۵۱۹۶	۳۶۳۷۰۱۴۰	۲۵۰۷۶۶۰۳
	RMSE	۸/۲۳۰	۱۰/۰۵۳	۱۰/۶۵۸
	DW	۰/۵۷۹	۰/۵۴۴	۰/۵۵۲
دایجکسترا	AIC	۴۲۹۸۸۱۹۷	۳۶۵۷۳۸۰۲	۲۵۲۳۰۱۴۱
	BIC	۴۲۹۸۸۲۶۵	۳۶۵۷۳۸۶۹	۲۵۲۳۰۲۰۶
	RMSE	۸/۳۰۰	۱۰/۲۶۴	۱۰/۹۰۸
	DW	۰/۶۰۷	۰/۵۷۲	۰/۵۹۲
روک	AIC	۴۲۸۰۲۷۲۹	۳۶۳۳۹۲۱۲	۲۵۰۵۱۶۸۴
	BIC	۴۲۸۰۲۷۹۷	۳۶۳۳۹۲۷۹	۲۵۰۵۱۷۴۹
	RMSE	۸/۱۷۵	۱۰/۰۲۱	۱۰/۶۱۸
	DW	۰/۵۷۱	۰/۵۳۹	۰/۵۴۴
گوس	AIC	۴۲۸۰۵۵۹۶	۳۶۳۳۹۲۳۳	۲۵۰۵۲۳۸۰
	BIC	۴۲۸۰۵۶۵۰	۳۶۳۳۹۲۸۷	۲۵۰۵۲۴۳۲
	RMSE	۸/۱۷۷	۱۰/۰۲۱	۱۰/۶۱۹
	DW	۰/۵۷۲	۰/۵۳۸	۰/۵۴۴
نلدر	AIC	۴۲۸۲۳۶۸۰	۳۶۳۶۲۴۱۸	۲۵۰۷۴۹۰۳
	BIC	۴۲۸۲۳۷۳۴	۳۶۳۶۲۴۷۲	۲۵۰۷۴۹۵۵
	RMSE	۸/۱۸۹	۱۰/۰۴۵	۱۰/۶۵۵
	DW	۰/۵۷۴	۰/۵۴۲	۰/۵۵۰

AIC: ضریب آکائیک؛ BIC: معیار اطلاعات بیزی؛ RMSE: جذر میانگین مربعات خطا؛ DW: آماره دوربین - واتسون.

در تابع روک فراسنجه میزان تولید شیر در شروع شیردهی (a) برآورد شده، از میانگین تولید شیر مربوط به روزآزمون اول (جدول ۱) در سه دوره بالاتر بود اما افزایش در تولید اولیه با افزایش شکم زایش برای فراسنجه تابع روک نیز مشاهده شد. بعد از تابع روک، تابع علی - شفر از لحاظ برازش مدل مناسب‌تری برای سه دوره زایش بود و نهایتاً تابع دایجکسترا نامناسب‌ترین برازش را از متوسط شکل منحنی تولید شیر جمعیت فوق نشان داد. که مطابق نتایج مطالعاتی بود که روی داده‌های تولید شیر دو نژاد بوفالو در سریلانکا [۸] و رکوردهای شیر گاوهای آمیخته هندوستان [۹] انجام گرفت که در هر دو تحقیق از بین توابع برازش داده شده تابع روک با کمترین جذر میانگین مربعات خطا به‌عنوان بهترین تابع معرفی گردید.

در مطالعه‌ای روی گاوهای هلشتاین دوره زایش اول در ایران بهترین تابع برای پیش‌بینی تولید شیر روزانه از بین توابع ریاضی وود، ویلمینک، دایجکسترا، روک، کوبی، گراسمن و علی - شفر، تابع وود را به دلیل کم بودن تعداد فراسنجه‌ها و محدودیت‌های محاسباتی معرفی شد [۱۱]. در پژوهشی دیگر جهت مقایسه هفت مدل غیرخطی وود، دهانوا، سیکا، نلدر، برودی، دایجکسترا و روک برای برازش شکل منحنی‌های شیردهی تولید شیر و ترکیبات آن در گاومیش‌های ایران، مدل دایجکسترا به‌عنوان بهترین مدل جهت برازش داده‌های تولید شیر و درصد پروتئین شیر و توابع سیکا و برودی را برای برازش شکل متوسط منحنی درصد چربی شیر جمعیت فوق معرفی گردید [۱۳]. توابع روک، دایجکسترا و وود برای توصیف منحنی شیردهی شکم اول گاوهای هلشتاین ایران با دوره‌های شیردهی مختلف نسبت به توابع مورد مطالعه دیگر مناسب گزارش شد [۲].

تولیدات دامی

و در انتهای شکل‌ها، توابع نلدر، کوبی- لیدو و کاپیو بورلینو نیز دارای پیش‌بینی‌هایی هستند که نسبت به مقدار واقعی تولید شیر پراکندگی دارند. نتایج معیارهای برازش نکویی جدول ۴ که بیانگر عدم برازش مناسب توابع فوق می‌باشد، با نتایج شکل‌های زیر برای توابع نلدر، کوبی- لیدو و کاپیو بورلینو مطابقت دارد.

چنانچه از زمان پیک و تداوم شیردهی برای سه شکم زایش در سه شکل مشاهده می‌شود زمان رسیدن به اوج در شکم اول دیرتر از دو شکم دیگر بوده و کاهش تولید شیر بعد از اوج تولید در شکم دوم و سوم بیشتر از شکم اول می‌باشد که مشابه نتایج بررسی منحنی شیردهی گاوهای مکزیکی بود [۲۴]. شکل منحنی شیردهی عمدتاً تحت تأثیر دوره زایش قرار می‌گیرد زیرا در حیوانات دوره اول زایش اوج تولید تعریف شده کمتر (وابسته به تنوع بالا در شروع شیردهی) و تداوم شیردهی بالاتر است. تنوع در منحنی‌های شیردهی احتمالاً به دلیل تفاوت معنی‌دار بین شایستگی برازش مدل‌ها برای شیردهی‌های متفاوت می‌باشد [۱۳].

جدول ۵، مقادیر فراسنجه‌های زمان رسیدن به اوج تولید شیر و میزان تولید در اوج شیردهی و تداوم شیردهی محاسبه شده توسط توابع برازش شده برای سه دوره شیردهی گاوهای هلستاین ایران را نشان می‌دهد. پایین‌ترین زمان اوج تولید برای سه دوره زایش توسط تابع کوبی- لیدو و به‌خصوص تابع دایجکسترا (تابع نامناسب) محاسبه گردید که نسبت به مقدار واقعی زمان اوج برای دوره اول (روز ۷۴)، دوم (روز ۴۳) و سوم (روز ۴۵) خیلی پایین بود. زمان رسیدن به پیک برای توابع وود و دهانوا نیز نسبت به مقدار واقعی آن در سه دوره، برآوردهای بالاتری داشت. برای میزان تولید در اوج، تابع دایجکسترا برآورد بالاتر و توابع وود و دهانوا مقادیر پایین‌تری داشتند. توابع دیگر برآوردهای دقیق‌تری ارائه دادند.

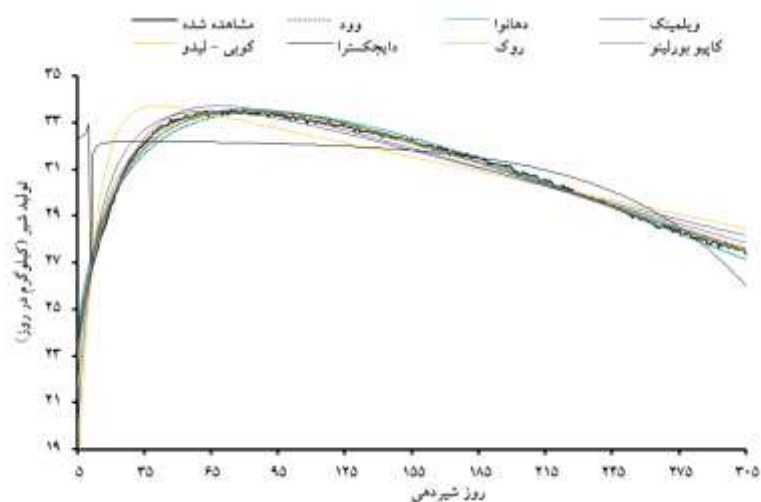
چنانچه گزارش‌ها نشان می‌دهد در اکثر تحقیقات، توابع مختلفی به‌عنوان تابع مناسب برای توصیف تولید شیر معرفی گردیده است که می‌تواند بیانگر این باشد که برای هر نژاد یا جمعیت با ویژگی‌ها تولیدی متفاوت در مرحله اول بهترین تابع از بین توابع غیرخطی انتخاب شود. متفاوت بودن نتایج می‌تواند به دلیل متفاوت بودن توابع مورد استفاده، شرایط محیطی و مدیریتی مختلف نژاد مورد استفاده و حتی تعداد رکوردهای مورد استفاده باشد. گزارش شده است که تابع روک منحنی شیردهی را به‌صورت فرآورده‌های مرگ و رشد سلول‌های پستانی توصیف می‌کند و نسبت به تابع وود بهتر برازش می‌شود [۲۰ و ۲۴].

تنوع زیاد در معادلات منحنی شیردهی در تحقیقات مختلف به دلیل جستجو برای یافتن تابعی مناسب جهت تجزیه و تحلیل بهتر داده‌ها می‌باشد [۲۳]. استفاده از مدل با دقت بالا برای برآورد پارامترهای ژنتیکی صفت تولید شیر، سهم قابل توجهی در افزایش بهره‌وری برنامه‌های انتخاب دارد [۷]. همچنین با استفاده از تابع مناسب می‌توان برازش دقیق‌تری از فراسنجه‌های توصیف‌کننده منحنی شیردهی داشت و تداوم شیردهی را که توانایی گاوها در نگهداری سطح تولید بعد از رسیدن به پیک تولید تعریف می‌شود [۱]، برآورد نمود. بهبود ماندگاری تولید شیر می‌تواند سبب کاهش هزینه‌های سیستم تولیدی شود زیرا تداوم شیردهی با بازده تولید شیر ۳۰۵ روز، هزینه‌های تغذیه و سلامت، عملکرد تولیدمثل و مقاومت در برابر بیماری‌ها مرتبط می‌باشند [۲۱].

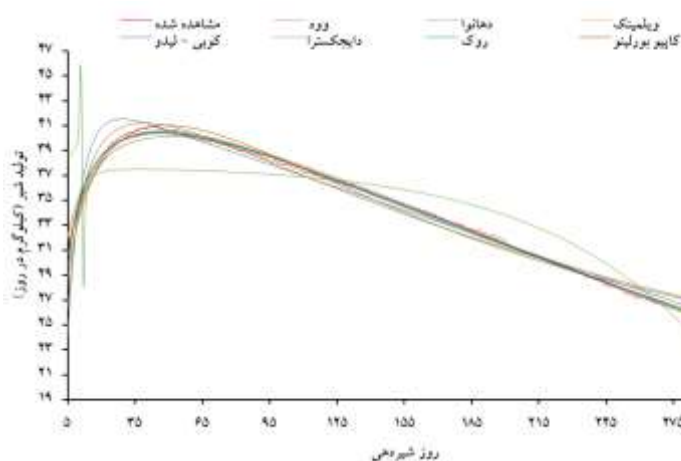
شکل منحنی‌های تولید شیر مشاهده شده و پیش‌بینی شده توسط توابع مختلف غیرخطی برای دوره‌های شیردهی اول، دوم و سوم در شکل‌های ۱ تا ۳ آمده است. همان‌طورکه در سه شکل مشاهده می‌شود تابع دایجکسترا در سه دوره بدترین پیش‌بینی را داشته و نسبت به مقدار واقعی فاصله زیادی را نشان داد. در مراحل اولیه

تولیدات دامی

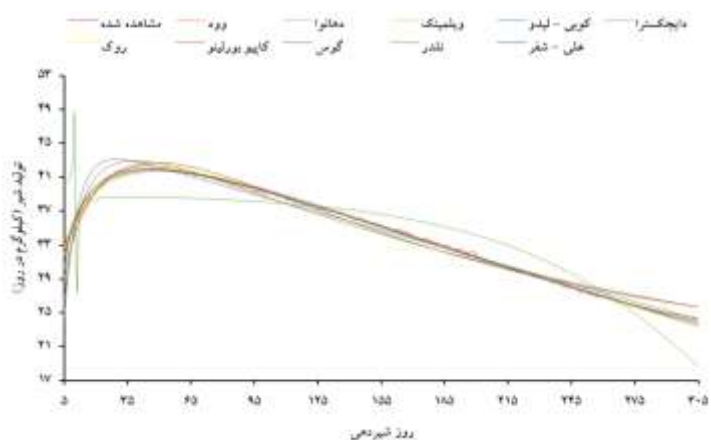
ارزیابی مقایسه ای برخی توابع ریاضی در توصیف منحنی شیردهی گاوهای شیری ایران



شکل ۱. منحنی های تولید شیر پیش بینی شده توسط توابع غیر خطی و مشاهده شده برای دوره شیردهی اول گاوهای هلشتاین ایران



شکل ۲. منحنی های تولید شیر پیش بینی شده توسط توابع غیر خطی و مشاهده شده برای دوره شیردهی دوم گاوهای هلشتاین ایران



شکل ۳. منحنی های تولید شیر پیش بینی شده توسط توابع غیر خطی و مشاهده شده برای دوره شیردهی سوم گاوهای هلشتاین ایران

تولیدات دامی

دوره ۲۰ ■ شماره ۳ ■ پاییز ۱۳۹۷

جدول ۵. برخی ویژگی های منحنی تولید شیر محاسبه شده توسط توابع برای دوره های مختلف شیردهی گاوهای هلشتاین

تابع	فراسنجه	دوره اول	دوره دوم	دوره سوم
وود	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۴۶	۴۰/۱۶	۴۱/۷۱
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۸۸	۵۱	۵۰
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۵/۰۴	۷۴/۱۵	۷۰/۹۶
دهانوا	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۴۶	۴۰/۱۶	۴۱/۷۱
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۸۸	۵۱	۵۰
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۵/۰۴	۷۴/۱۵	۷۰/۹۶
ویلمینک	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۷۳	۴۰/۵۰	۴۲/۰۱
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۶۸	۵۰	۴۹
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۶/۰۱	۷۳/۷۴	۷۰/۷۷
علی - شفر	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۵۰	۴۰/۴۲	۴۱/۹۳
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۸۲	۴۶	۴۷
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۵/۳۶	۷۳/۶۹	۷۰/۴۹
کاپیو بورلینو	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۵۸	۴۱/۰۳	۴۲/۶۹
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۸۲	۴۹	۴۹
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۵/۲۸	۷۲/۲۸	۶۹/۱۱
کویی - لیدو	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۷۱	۴۱/۵۲	۴۳/۱۵
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۴۱	۲۹	۳۰
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۸/۸۰	۷۳/۱۹	۷۰/۱۷
دایجکسترا	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۲/۹۷	۴۵/۴۷	۴۸/۱۹
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۱۰	۱۱	۱۰
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۹/۸۴	۸۵/۲۹	۸۲/۷۴
روک	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۵۶	۴۰/۶۱	۴۲/۱۲
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۷۹	۴۷	۴۶
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۵/۴۲	۷۳/۲۳	۷۰/۱۸
گوس	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۴۷	۴۰/۴۴	۴۱/۹۷
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۷۶	۴۵	۴۴
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۵/۸۹	۷۳/۷۴	۷۰/۷۴
نلدر	تولید در اوج (کیلوگرم)	۳۳/۵۰	۴۱/۲۴	۴۲/۹۷
	زمان رسیدن به اوج (روز)	۶۵	۳۹	۳۹
	تداوم شیردهی (درصد)	۸۷/۱۰	۷۲/۴۸	۶۹/۴۰

مقدار واقعی تولید در اوج (۳۳/۵۶۹ کیلوگرم) و تداوم شیردهی (۸۵/۴۳ درصد) نسبت به تابع گوس دقیق تر بود. مشابه دوره اول، در دوره دوم نیز تابع روک با وجود بالاتر برآورد کردن زمان اوج، از لحاظ میزان تولید در اوج و تداوم شیردهی نسبت به میزان واقعی آنها نسبت به

در دوره اول، زمان اوج توابع روک و گوس به ترتیب روز ۷۹ و ۷۶ بود که تابع گوس برآورد دقیق تری دارد (روز ۷۴ برای مقدار واقعی) اما مقدار تولید در اوج محاسبه شده توسط تابع روک (۳۳/۵۵۷ کیلوگرم) و تداوم شیردهی آن (۸۵/۴۲ درصد) در دوره اول با توجه به

تولیدات دائمی

و دقت بالای تابع در برآورد فراسنجه‌های منحنی شیردهی سه دوره شیردهی، جهت برازش منحنی شیردهی گاوهای هلشتاین ایران و پیش‌بینی تولید ۳۰۵ روز برای رکوردهای روزآزمون ناقص توصیه می‌گردد.

منابع

۱. بختیاری‌زاده م ر و مرادی شهربابک م م (۱۳۸۹) برآورد پارامترهای منحنی شیردهی توسط تابع گامای ناقص و تعیین رابطه ژنتیکی آن با صفات تیپ پستانی در گاوهای هلشتاین ایران. علوم دامی ایران، ۴۱(۱): ۱۰-۱.
۲. حسن‌پور ک، اسلمی‌نژاد ع ا و مرادی شهر بابک م (۱۳۹۱) مطالعه منحنی‌های میزان تولید شیر و درصد چربی شیر گاوهای هلشتاین ایران با دوره‌های شیردهی متفاوت. مجله تولیدات دامی، ۱۴(۱): ۳۱-۱۹.
۳. فرهنگ‌فر، ه (۱۳۹۴) منحنی شیردهی و کاربرد آن در اصلاح نژاد گاوهای شیری. اولین همایش ملی پژوهش‌های نوین در علوم دامی، بیرجند.
۴. مرادی شهربابک م (۱۳۸۰) تداوم شیردهی در گاوهای شیری. علوم کشاورزی ایران، ۳۲(۱): ۲۰۲-۱۹۳.
5. Bangar YC and Verma R (2017) Non-linear modelling to describe lactation curve in Gir crossbred cows. Journal of Animal Science and Technology. 59(3): 1-7.
6. Cappio-Borlino A, Pulina G and Rossi G (1995) A non-linear modification of Wood's equation fitted to lactation curves of Sardinian dairy ewes. Small Ruminant Research. 18(1):75-79.
7. Cobuci JA, Costa CN, Neto JB and deFreitas AF (2011) Genetic parameters for milk production by using random regression models with different alternatives of fixed regression modeling. Journal of Revista Brasileira de Zootecnia. 40(3): 557-567.
8. Dematawewa CMB and Dekkers JCM (2014) Lactation curve modeling for Murrah and Surti buffalo breeds in Sri Lanka. Paper presented at the 10th World Congress of Genetics Applied to Livestock Production, 17-22 August, Vancouver, BC, Canada.

توابع دیگر دقیق‌تر بود. زمان و مقدار تولید در اوج در دوره سوم برای تابع روک نزدیک به مقدار واقعی زمان (روز ۴۵) و تولید (۴۲/۵۶ کیلوگرم) می‌باشد.

در گزارش روی گاوهای هلشتاین شکم اول ایران تابع دایجکسترا میزان تولید در اوج شیردهی را ۳۱/۷۱ کیلوگرم و زمان پیک تولید را روز ۶۰ شیردهی برآورد کرد که به مقادیر واقعی نزدیک‌تر بود، درحالی‌که تابع روک زمان پیک تولید را روز ۷۸ شیردهی با میزان تولید ۳۱/۷۶ محاسبه نمود [۱۳]. در تحقیق دیگری روی گاوهای هلشتاین کلمبیا از بین دو تابع غیرخطی انتخاب‌شده با قدرت برازش بالا برای منحنی تولید شیر، پیش‌بینی زمان رسیدن به اوج تولید (۴/۵ هفته) تابع وود و میزان تولید در اوج (۲۲/۲ کیلوگرم) و تداوم شیردهی (۶۳ درصد) تابع دو فازی گراسمن و کوپس به میزان واقعی فراسنجه‌های فوق نزدیک‌تر گزارش گردید [۱۰]. میزان تولید در اوج و زمان اوج محاسبه‌شده برای شکم اول زایش توسط تابع ویلمینک نسبت گزارش‌های دیگر برای گاوهای هلشتاین ایران بزرگ‌تر می‌باشد [۱۲].

همان‌طورکه در جدول ۵ مشاهده می‌شود میزان تولید در اوج برآورد شده توسط توابع با افزایش دوره روند افزایشی دارد اما زمان اوج و تداوم شیردهی در دوره‌های بالاتر، پایین‌تر می‌باشد که مشابه حالت طبیعی داده‌های واقعی است که این روند در مطالعه دیگری هم گزارش شد که درصد تداوم به تدریج از دوره اول تا دوره ششم و بالاتر کاهش پیدا کرد ولی میزان تولید در اوج افزایش یافت [۱۰] که نشان می‌دهد گاوها در دوره اول دیر به اوج تولید رسیده اما تداوم تولید بالایی خواهند داشت اما در دوره بالاتر برعکس حالت دوره اول می‌باشد.

از آنجایی‌که در انتخاب مدل بهینه برای توصیف منحنی شیردهی گاوهای هلشتاین در ایران، دقت برازش تابع جزء فاکتورهای مهم برای محاسبه خصوصیات و تفسیر دقیق فراسنجه‌های منحنی است. تابع روک به دلیل برازش مناسب

9. Dohare AK, Singh B, Verma MR, Perme B, Sharma VB, Gupta N and Kshandakar S (2014) Comparison of standard lactation curve models using fortnightly milk records in Frieswal cattle. *Veterinary World*. 7(10): 831-34.
10. Duque NP, Casellas J, Quijano JH, Casals R and Such X (2018) Fitting lactation curves in a Colombian Holstein herd using nonlinear models. *Revista Facultad Nacional Agronomia*. 71(2): 8459-8468.
11. Elahi Torshizi M, Aslamenejad AA, Nassiri MR and Farhangfar H (2011) Comparison and evaluation of mathematical lactation curve functions of Iranian primiparous Holsteins. *South African Journal of Animal Science*. 41(2): 104- 115.
12. Farhangfar H and Naeemipour H (2007) Phenotypic study of lactation curve in Iranian holsteins. *Journal of Of Agricultural Science and Technology (JAST)*. 4: 279-286.
13. Ghavi Hossein-Zadeh N (2015) Comparison of non-linear models to describe the lactation curves for milk yield and composition in buffaloes (*Bubalus bubalis*). *Animal* 10(2): 248-261.
14. Grzesiak W, Blaszczyk P and Lacroix R (2006) Methods of predicting milk yield in dairy cows predictive capabilities of Wood's lactation curve and artificial neural networks (ANNs). *Computers and Electronics in Agriculture*. 54(2): 69-83.
15. Guo Z and Swalve HH (1995) Modelling of the lactation curve as a sub-model in the evaluation of test day records. *Interbull Bulletin*. 11: 1-4.
16. Karangeli M, Abas Z, Koutroumanidis T, Malesios C and Giannakopoulos C (2011) Comparison of models for describing the lactation curves of Chios sheep using daily records obtained from an automatic milking system In: HAICTA, Skiathos Island, Greece. pp. 571-589.
17. Macciotta NPP, Vicario D and Cappio-Borlino A (2005) Detection of Different Shapes of Lactation Curve for Milk Yield in Dairy Cattle by Empirical Mathematical Models. *Journal of Dairy Science*. 88(3): 1178-1191.
18. Olori VE, Brotherstone S, Hill WG and McGuirk BJ (1997) Effect of gestation stage on milk yield and composition in Holstein Friesian dairy cattle. *Livestock Production Science*. 52(2): 167-176.
19. Papajscsik IA and Boder J (1988) Modelling lactation curves of Freisian cows in subtropical climate. *Journal of Animal Production*. 47(2): 201-207.
20. Rook A, France J and Dhanoa M (1993) On the mathematical description of lactation curves. *Journal of Agriculture Science*. 121: 97-102.
21. Swalve HH and Gengler N (1999) Genetics of lactation persistency. *British Society Animal Science Occasional Publication*. 24: 75-82.
22. Takma C and Akbas Y (2007) Estimates of genetic parameters for test day milk yields of a Holstein Friesian herd in Turkey with random regression models. *Journal Archiv Fur Tierzucht Dummerstorf*. 50(1): 327-336.
23. Tozer PR, and Huffaker RG (1999) Mathematical equation to describe lactation curves for Holstein- Friesian cows in New South Wales Aust. *Journal of Agriculture Research*. 34: 45-52.
24. Val-Arreola D, Kebreab E, Dijkstra J and France J (2004) Study of lactation curve in dairy cattle on farms in central Mexico. *Journal of Dairy Science*. 87(11): 3789-3799.
25. Weller JI, Ezra E and Leitner G (2006) Genetic analysis of persistency in the Israeli Holstein population by the multitrait animal model. *Journal of Dairy Science*. 89: 2738-2746.



Animal Production

(College of Abouraihan – University of Tehran)

Vol. 20 ■ No. 3 ■ Autumn 2018

Comparison and evaluation of some mathematical functions in describing the lactation curve of Iranian dairy cattle

Maryam Arianfar¹, Mohammad Rokouei^{2*}, Gholam Reza Dashab³, Hadi Faraji-Arough⁴

1. Ph.D. Student, Department of Animal Science, Faculty of Agriculture, University of Zabol, Zabol, Iran.
2. Associate Professor, Department of Animal Science and Bioinformatics, Faculty of Agriculture, University of Zabol, Zabol, Iran.
3. Assistant Professor, Department of Animal Science, Faculty of Agriculture, University of Zabol, Zabol, Iran.
4. Assistant Professor, Research Center of Special Domestic Animals, University of Zabol, Zabol, Iran.

Received: July 16, 2018

Accepted: September 25, 2018

Abstract

The objective of this study was to compare some nonlinear functions (Wood, Dhanoa, Wilmink, Ali-Schaeffer, Cappio Borlino, Cobby – Le Du, Dijkstra, Rook, Gous and Nelder) to describe the milk production curve of Iranian Holstein cattle. A dataset consisted of 6079976, 4879486 and 3312416 test-day milk yield records related to first, second and third three lactation periods, respectively, from 3550 herds collecting by the Animal Breeding Center of Iran from 1983 to 2017, were used. The average of test day milk records for three lactation was 31.17, 34.08 and 33.83 kg, respectively. The nlme package of R software (version 3.4.3) was used for fitting nonlinear functions. The nonlinear functions were compared using four goodness of fit criteria, including Akaike's information criterion (AIC), Bayesian information criterion (BIC), Root mean square error (RMSE) and Durbin-Watson index (DW). The Rook function showed the best fit for the milk production curve shape for three lactations in Iranian Holstein cattle when compared to other functions. The Gous and Rook functions showed the highest accuracy in predicting peak time, peak yield and persistency of milk production parameters in different lactations, but in general, the Rook function has a high predictive value in estimating the milk curve parameter descriptors. Therefore, Rook function is recommended for describing the milk production curve of Iranian Holstein cattle.

Keywords: Iranian Holstein, Mathematical function, Milk production, Test day record.